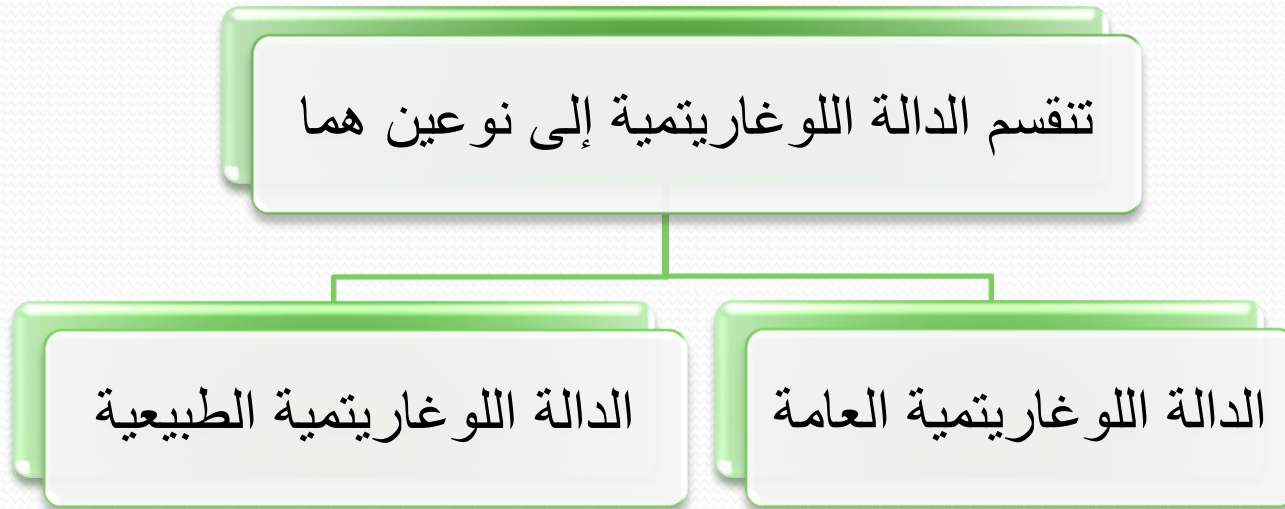


الدالة اللوغاريتمية



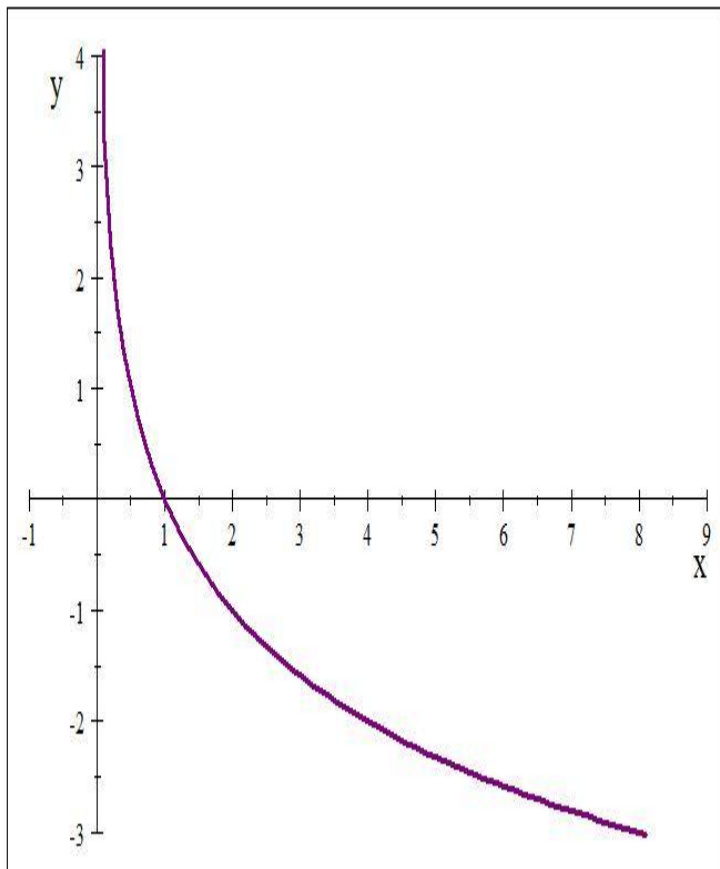
أولاً : الدالة اللوغاريتمية العامة

الدالة اللوغاريتمية العامة هي دالة معادلتها على الصورة:

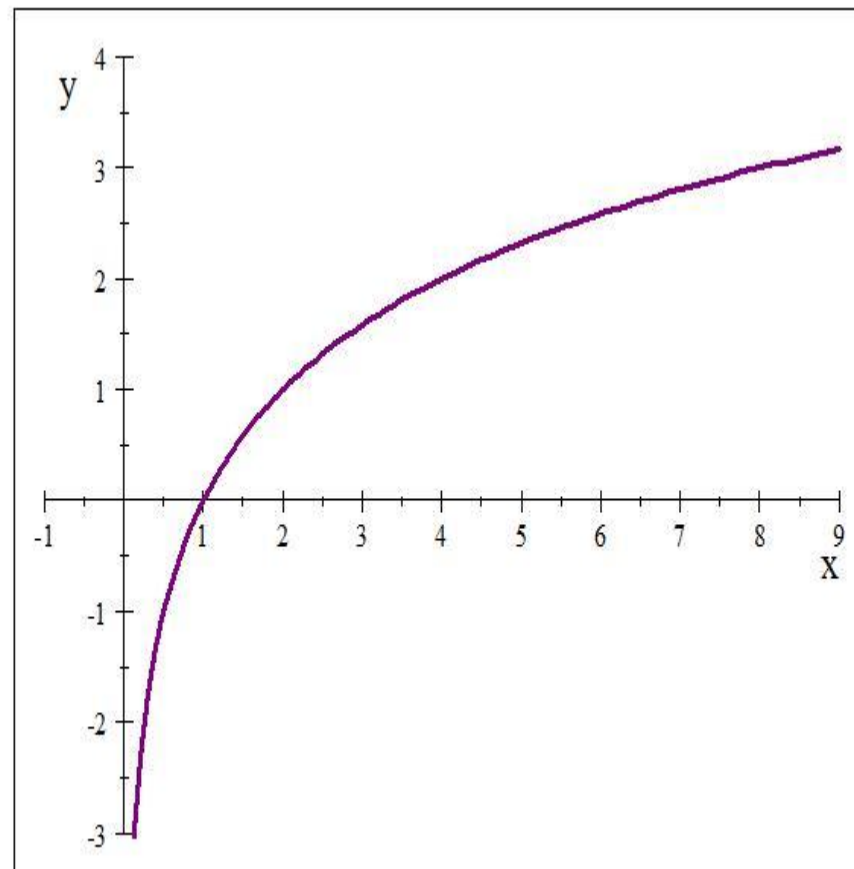
$$y = f(x) = \log_a x$$

ويسمى a أساس الدالة اللوغاريتمية وهو عدد موجب غير الواحد

$$y = \log_a x, \quad a < 1$$



$$y = \log_a x, \quad a > 1$$



ثانيا : الدالة اللوغاريتمية الطبيعية

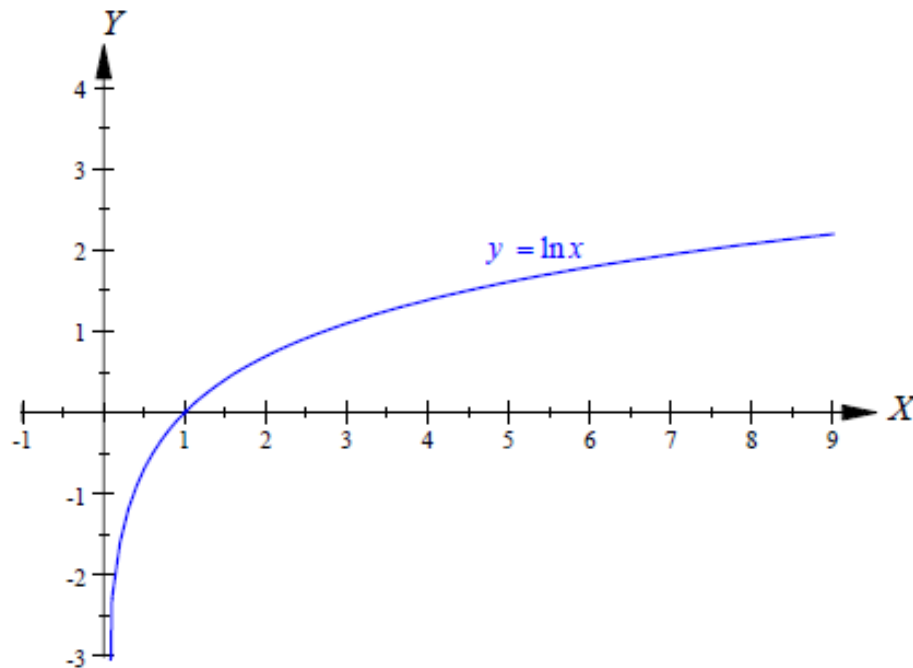
الدالة الأسية اللوغاريتمية هي دالة معادلتها على الصورة:

$$y = \ln x$$

حيث e الأساس الطبيعي للدالة اللوغاريتمية الطبيعية

ملاحظة

مجال أي دالة لوغاريتمية هو $(0, \infty)$
ومداها هو $R = (-\infty, \infty)$



خواص الدالة اللوغاريتمية العامة

$$1) \log_a 1 = 0$$

$$2) \log_a a = 1$$

$$3) \log_{10} x = \log x$$

$$4) \log_a x^n = n \log_a x$$

$$5) \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$6) \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$7) \log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

خواص الدالة اللوغاريتمية الطبيعية

$$1) \ln x = \log_e x$$

$$2) \ln e = 1$$

$$3) \ln x^n = n \ln x$$

$$4) \ln (xy) = \ln x + \ln y$$

$$5) \ln \left(\frac{x}{y} \right) = \ln x - \ln y$$

$$6) \ln x = y \Leftrightarrow e^y = x$$

1) $\log_4 1$

$$4^0 = 1$$

$$\log_4 1 = 0$$

2) $\log_7 7$

$$7^1 = 7$$

$$\log_7 7 = 1$$

3) $\log 1000$

$$10^3 = 1000$$

$$\log 1000 = 3$$

4) $\log(0.0001)$

$$0.0001 = \frac{1}{10000} = 10^{-4}$$

$$\log(0.0001) = -4$$

5) $\log_2(32)$

$$2^5 = 32$$

$$\log_2(32) = 5$$

6) $\log_{\sqrt{9}}(9)$

$$\log_{\sqrt{9}}(9) = \log_3(9) = 2$$

7) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right)$

$$\begin{aligned} \log_3\left(\frac{1}{81}\right) &= \log_3(1) - \log_3(81) \\ &= 0 - 4 = -4 \end{aligned}$$

8) $\log_4(2)$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$(4)^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\log_4 2 = \frac{1}{2}$$

1) $\log_4 12$

$$\log_4 12 = \log_4 (4 \times 3) = \log_4 4 + \log_4 3 = 1 + \log_4 3$$

2) $\log_4 \left(\frac{9}{4} \right)$

$$\log_4 \left(\frac{9}{4} \right) = \log_4 (9 \times \frac{1}{4}) = \log_4 9 + \log_4 \frac{1}{4} = \log_4 9 + 1 = \log_4 3^2 + 1 = 2\log_4 3 + 1$$

3) $\log_5 125$

$$5^3 = 125$$

$$\log_5 125 = 3$$

4) $\log_2 32 + \log_6 36 - \log_5 625$

$$\log_2 32 + \log_6 36 - \log_5 625 = 5 + 2 - 4 = 3$$

5) $\log_4 32 + \log_4 2$

$$\log_4 32 + \log_4 2 = \log_4 (32 \times 2) = \log_4 64 = 3$$

6) $\log_2 80 - \log_2 5$

$$\log_2 80 - \log_2 5 = \log_2 \left(\frac{80}{5} \right) = \log_2 16 = 4$$

$$1) \log_5 \sqrt{5} + \log_4 2 + \log_9 3$$

$$\begin{aligned} \log_5 \sqrt{5} + \log_4 2 + \log_9 3 &= \log_5 5^{\frac{1}{2}} + \log_4 \sqrt{4} + \log_9 \sqrt{9} = \log_5 5^{\frac{1}{2}} + \log_4 4^{\frac{1}{2}} + \log_9 9^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \log_5 5 + \frac{1}{2} \log_4 4 + \frac{1}{2} \log_9 9 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$2) \ln 36 - \ln 4$$

$$\ln 36 - \ln 4 = \ln \left(\frac{36}{4} \right) = \ln 9 = \ln 3^2 = 2 \ln 3$$