الفصل الثالث: الدوال الجبرية

الدوال تنقسم إلى نوعين هما

كثيرات الحدود

كثيرة الحدود هي كل دالة لها الصورة التالية:

$$f(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 \quad , \quad a_n \neq 0$$

حيث: $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ أعداد حقيقية وَ n عدد صحيح أكبر من أو يساوي الصفر.

أنواع كثيرات الحدود

تسمى الدالة $f(x)=a$ ، حيث a عدد حقيقي، بالدالة الثابتة.

$$f(x)=7$$
$$f(x)=-3$$
$$f(x)=\frac{1}{2}$$
$$f(x)=\sqrt{8}$$
$$f(x)=\pi$$
$$f(x)=\frac{e}{4}$$

جميع الدوال السابقة كثيرات حدود من الدرجة الصفرية وتسمى دوال ثابتة

تسمى الدالة $f(x)=x$ بدالة الوحدة.

تسمى الدالة $f(x)=ax+b$ بالدالة الخطية.

$$f(x) = x - 1$$
$$f(x) = -3 + 4x$$

جميع الدوال السابقة كثيرات حدود من الدرجة الأولى وتسمى دوال خطية

تسمى الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ بالدالة التربيعية.

$$f(x) = 2x^2 + \sqrt{5}x + 3$$
$$f(x) = \frac{2}{5}x^2 + 7$$
$$f(x) = x^2 - \sqrt{3}x$$

جميع الدوال السابقة كثيرات حدود من الدرجة الثانية وتسمى دوال تربيعية

تسمى الدالة $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ بالدالة التكعيبية.

$$f(x) = 2x^3 + \sqrt{5}x^2 + 3x - \frac{2}{9}$$

$$f(x) = \frac{3}{5} + 4x^3$$

$$f(x) = x^3$$

$$f(x) = x^3 + 6x - \pi$$

$$f(x) = \sqrt{3}x^3 - 2x + 1$$

جميع الدوال السابقة كثيرات حدود من الدرجة الثالثة وتسمى دوال تكعيبية

ملاحظة

مجال دالة كثيرة الحدود هو $R = (-\infty, \infty)$ أي جميع الأعداد الحقيقية.

مثال الأول : حددي كثيرات الحدود واذكري درجتها ونوعها

$$f(x)=\frac{x}{5}^{-2}+x^{3}+3$$

ليست كثيرة حدود لان اس المتغير عدد سالب

$$f(x)=\sqrt{x}+x^{2}+1$$

ليست كثيرة حدود لان المتغير داخل جذر

$$f(x)=x^{\sqrt{3}}$$

ليست كثيرة حدود لان اس المتغير عدد داخل جذر

$$f(x)=\frac{1}{x^{5}+2}+\frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

ليست كثيرة حدود لان المتغير في المقام

$$f(x)=x^{\frac{3}{2}}-3x$$

ليست كثيرة حدود لان اس المتغير عدد كسري

$f(x)=x^3+5x-1$ كثيرة حدود دالة تكعيبية من الدرجة الثالثة

$f(x)=3x^2-6x$ كثيرة حدود دالة تربيعية من الدرجة الثانية

$f(x)=\sqrt{2}x^4-x^2+17$ كثيرة حدود من الدرجة الرابعة

مثال 2

مجال الدوال التالية:

1) $f(x)=3x+5$

2) $f(x)=x^3-8x^2$

3) $f(x)=x^2+3$

4) $f(x)=-3$

هو جميع الأعداد الحقيقية $R=(-\infty,\infty)$ لأنها دوال كثيرات حدود.

مثال

إذا كانت $f(x)=x+3$ أوجدي قيمة الدالة عند

$$x=0, x=1, x=2, x=-1, x=-2, x=-3$$

قيمة $f(x)$ عند $x=0$: $f(0)=0+3=3$

قيمة $f(x)$ عند $x=1$: $f(1)=1+3=4$

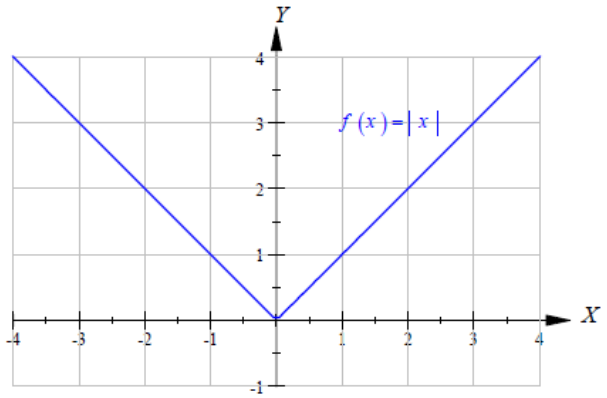
قيمة $f(x)$ عند $x=-2$: $f(-2)=-2+3=1$

قيمة $f(x)$ عند $x=-3$: $f(-3)=-3+3=0$

دالة المقياس (دالة القيمة المطلقة)

هي الداله التي معادلتها $y=|g(x)|$ بحيث $g(x)$ دالة كثيرة حدود.

مثال: دالة القيمة المطلقة للمتغير x



$$|x| = \begin{cases} x & ,x \geq 0 \\ -x & ,x < 0 \end{cases}$$

ملاحظة

مجال دالة المقياس هو جميع الأعداد الحقيقية $R=(-\infty,\infty)$ ، ومدى دالة المقياس هو جميع الأعداد الحقيقية الموجبة بالإضافة إلى الصفر ، أي

المدى = $[0,\infty)$

مثال 3

مثال : حددي دوال المقياس فيما يلي:-

$f(x)=\left|\frac{x-1}{x+3}\right|$ ليست دالة مقياس لأن داخل االقيمة المطلقة ليس كثيرة حدود

$f(x)=\left|\sqrt{x}\right|$ ليست دالة مقياس لأن داخل االقيمة المطلقة ليس كثيرة حدود

$f(x)=|x|+3$ ليست دالة مقياس لأنها لم تأتي على صورة $|$ كثيرة حدود $|$

$f(x)=|x-4|$ دالة مقياس