الفصل الأول: تحليل المقادير الجبرية

تحليل المقدار الجبري هو الحصول على عوامله الأولية وكتابته كحاصل ضرب تلك العوامل.

قواعد التحليل:

قاعدة 1: العامل المشترك:

العامل المشترك هو العدد أو المتغير الموجود في كل حد من حدود المقدار الجبري بحيث نستطيع قسمة كل حد عليه ويكون خارج القسمة بدون باقي، أو هو المقدار الجبري الذي يقبل كل من المقدارين القسمة عليه بدون باق.

مثال (1):

$$8x-2=(2\times2\times2)x-(2\times1)=2(4x-1)$$

$$5x^2-10x=x(5x-10)=x(5\times1x-5\times2)=5x(x-2)$$

$$2x^2y-4xy^2+8xy=xy(2x-4y+8)=xy(2\times1x-2\times2y+2\times2\times2)=2xy(x-2y+4)$$

قاعده2: الفرق بين مربعين:

$$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$$

$$(\text{الأول})^2-(\text{الثاني})^2=(\text{الأول}-\text{الثاني})(\text{الأول}+\text{الثاني})$$

ملاحظة :

$1 = 1^2$ $\quad 4 = 2^2$

$9 = 3^2$ $\quad 16 = 4^2$

$25 = 5^2$ $\quad 36 = 6^2$

$49 = 7^2$ $\quad 64 = 8^2$

$81 = 9^2$ $\quad 100 = 10^2$

مثال (2):

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

$$25x^2 - 9y^2 = 5^2 x^2 - 3^2 y^2 = (5x - 3y)(5x + 3y)$$

$x^2 + 25$

$x^2 + 9$ } غير قابلة للتحليل

$x^2 + y^2$

قاعدة 3:الفرق بين مكعبين:

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

قاعدة 4: مجموع مكعبين:

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

ملاحظة:

$$(\text{الأول})^3 \pm (\text{الثاني})^3 = (\text{الأول} \pm \text{الثاني})\left[(\text{الأول})^2 \mp (\text{الأول})(\text{الثاني}) + (\text{الثاني})^2\right]$$

$$1=1^3 \qquad 8=2^3 \qquad 27=3^3 \qquad 64=4^3 \qquad 125=5^3$$

مثال (3):

$$x^3-125=x^3-5^3=(x-5)(x^2+5x+25)$$

$$16x^2y^5-54x^5y^2=2^4x^2y^5-2\times3^3x^5y^2$$

$$=2x^2y^2(2^3y^3-3^3x^3)=2x^2y^2(2y-3y)(4y^2+6xy+9y^2)$$

مثال (4):

$$8x^3+27y^3=2^3x^3+3^3y^3=(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$$

$$3x^3+24y^3=(3x^3+3\times 2^3y^3)=3(x^3+2^3y^3)$$
$$=3(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$$

قاعدة 5: المربع الكامل:

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

$$(\text{الأول}+\text{الثاني})^2=(\text{الأول})^2+2\,(\text{الأول})\,(\text{الثاني})+(\text{الثاني})^2$$

$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

$$(\text{الأول}-\text{الثاني})^2=(\text{الأول})^2-2\,(\text{الأول})\,(\text{الثاني})+(\text{الثاني})^2$$

مثال (5):

$$(2a-3b)^2 = 2^2a^2 - 2(2)(3)ab + 3^2b^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$\left(x+\sqrt{2}y\right)^2 = x^2 + 2\sqrt{2}xy + \left(\sqrt{2}\right)^2 y^2 = x^2 + 2\sqrt{2}xy + 2y^2$$