الفصل الثالث:الأسس والجذور

الأسس:

إذا كان x عدد حقيقي وكان m عدد طبيعي فإن $x^m = \overbrace{(x)(x)(x)...(x)}^{m\ \text{مرة}}$ حيث x يسمى الأساس و m يسمى الأس.

مثال:

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$$

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2\times 2}{3\times 3} = \frac{4}{9}$$

ملاحظة:

ليكن n و m عددين صحيحين موجبين و $a \neq 0$ ، $b \neq 0$ عددين حقيقيين فإن:

1) $a^0 = 1$	2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	3) $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$

مثال:

$$2^0 = 1$$

$$(3)^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^{-3}}{5^{-2}} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2 \times 2} = \frac{25}{8}$$

خواص الأسس:

إذا كانت x ، y أعداد حقيقية و n ، m أعداد صحيحة فإن:

الخاصية الأولى:

$$\left(x^{m}\right)\left(x^{n}\right)=x^{m+n}$$

مثال:

$$(2)^{2}(2)^{3}=2^{2+3}=2^{5}=32$$

$$(x-1)^{7}(x-1)^{-4}=(x-1)^{7+(-4)}=(x-1)^{3}$$

الخاصية الثانية:

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad , \quad x \neq 0$$

مثال:

$$\frac{2^{-3}}{2^2} = 2^{-3-2} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{(x+3)^4}{(x+3)} = (x+3)^{4-1} = (x+3)^3$$

الخاصية الثالثة:

$$\left(x^m\right)^n = x^{mn}$$

مثال:

$$\left(2^3\right)^2 = 2^{(3)(2)} = 2^6 = 64$$

$$\left((x-1)^5\right)^{-3} = (x-1)^{(5)(-3)} = (x-1)^{-15} = \frac{1}{(x-1)^{15}}$$

الخاصية الرابعة:

$$(xy)^m = x^m y^m$$

مثال:

$$(x^3y^5)^4 = (x^3)^4 (y^5)^4 = x^{12}y^{20}$$

$$(5x^2y^{-3}z^3)^{-3} = 5^{-3}(x^2)^{-3}(y^{-3})^{-3}(z^3)^{-3} = \frac{1}{5^3}x^{-6}y^9z^{-9} = \frac{1}{5^3}\frac{1}{x^6}\frac{y^9}{1}\frac{1}{z^9} = \frac{y^9}{125x^6z^9}$$

الخاصية الخامسة:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m} \quad , \quad y \neq 0$$

مثال:

$$\left(\frac{-2x^2}{y^3}\right)^5 = \frac{(-2x^2)^5}{(y^3)^5} = \frac{(-2)^5(x^2)^5}{y^{15}} = \frac{-32x^{10}}{y^{15}}$$

مثال:

بسطي ما يلي :

$$1)\left(\frac{9x^{5}y^{4}}{3x^{3}y}\right)^{2}=\left(3x^{5-3}y^{4-1}\right)^{2}=\left(3x^{2}y^{3}\right)^{2}=3^{2}\left(x^{2}\right)^{2}\left(y^{3}\right)^{2}$$

$$=9x^{2\times2}y^{3\times2}=9x^{4}y^{6}$$

$$2)\left(2x^{3}y^{4}\right)^{3}\left(3xy\right)^{2}=\left(2^{3}\left(x^{3}\right)^{3}\left(y^{4}\right)^{3}\right)\left(3^{2}x^{2}y^{2}\right)$$

$$=\left(8x^{3\times3}y^{4\times3}\right)\left(9x^{2}y^{2}\right)=\left(8x^{9}y^{12}\right)\left(9x^{2}y^{2}\right)$$

$$=72x^{9+2}y^{12+2}=72x^{11}y^{14}$$