

الفصل الثاني: العمليات الجبرية

توجد أربع عمليات جبرية أساسية على الأعداد هي:

(1) عملية الجمع

(2) عملية الطرح

(3) عملية الضرب

(4) عملية القسمة

مع ملاحظة: أن لأي عدد إشارة إما موجب وإما سالب.

1-عملية الجمع الجبري:

عملية الجمع الجبري هي عملية جمع أو عملية طرح الأعداد الحقيقية.

قاعدة الإشارات في عملية الجمع الجبري:

(١) إذا تشابهت الإشارات نجمع ونضع نفس الإشارة.

(٢) إذا اختلفت الإشارات نطرح (نأخذ الفرق بين العددين) ونضع إشارة العدد الأكبر.

مثال:

- 1) $+3+2=+5$, $-3-2=-5$ (نجمع العددين ونضع نفس الإشارة)
2) $+3-2=+1$, $-3+2=-1$ (نأخذ الفرق بين العددين ونضع إشارة العدد الأكبر)

2- عملية الضرب الجبري:

عملية الضرب الجبري هي عملية ضرب أو عملية قسمة الأعداد الحقيقية
عملية الضرب تعرف بأنها اختصار لعملية الجمع المكرر.

تكتب عملية الضرب بطريقتين هما

ملاحظة:

$$3 \times 4 , (3)(4)$$

وتكتب عملية القسمة بطريقتين هما

$$5 \div 7 , \frac{5}{7}$$

قاعدة الإشارات في عملية الضرب الجبري:

(١) إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج يكون موجباً (+)

$$1) \quad (+)(+) = + \quad \text{أو} \quad + \div + = \frac{+}{+} = +$$

$$2) \quad (-)(-) = + \quad \text{أو} \quad - \div - = \frac{-}{-} = +$$

(٢) إذا اختلفت الإشارات فإن الناتج يكون سالباً (-)

$$1) \quad (+)(-) = - \quad \text{أو} \quad + \div - = \frac{+}{-} = -$$

$$2) \quad (-)(+) = - \quad \text{أو} \quad - \div + = \frac{-}{+} = -$$

$$1) (3)(4) = 12$$

$$2) (-3)(-4) = 12$$

$$3) (3)(-4) = -12$$

$$4) (-3)(4) = -12$$

$$5) \frac{20}{5} = 4$$

$$6) \frac{-20}{-5} = 4$$

$$7) \frac{20}{-5} = -4$$

$$8) \frac{-20}{5} = -4$$

ترتيب إجراء العمليات الجبرية:

عند إتمام العمليات الجبرية يجب مراعاة الأولوية في الترتيب كما يلي:

(1) إذا احتوت العملية الجبرية على الجمع الجبري فقط : نجمع الأعداد الموجبة معاً (المسبوقة بإشارة موجبة) ويكون ناتجها بإشارة موجبة، ونجمع الأعداد السالبة معاً (المسبوقة بإشارة سالبة) ويكون ناتجها بإشارة سالبة ثم نطرح الناتجين مع وضع إشارة العدد الأكبر للناتج .

مثال:

$$20+5-18+2-4=20+5+2-18-4$$

$$=27-22$$

$$=5$$

$$7-4+15-12 = -15+7+4-12$$

$$=11-27$$

$$= -16$$

$$12-3+4-2=12+4-3-2$$

$$=16-5$$

$$=11$$

(2) إذا احتوت العملية الجبرية على الضرب الجبري فقط: نجري العملية بالترتيب حسب ظهورها من اليسار إلى اليمين.

$$15 \div 5 \times 4 \div 6 = 3 \times 4 \div 6 = 12 \div 6 = 2$$

مثال:

$$30 \div 6 \times 3 \div 5 = 5 \times 3 \div 5 = 15 \div 5 = 3$$

$$(-3)(8) \div 4 \div 3 = -24 \div 4 \div 3 = -6 \div 3 = -2$$

(3) إذا احتوت العملية الجبرية على عمليتي الضرب والجمع الجبري: نجري عملية الضرب الجبري ثم الجمع الجبري.

مثال:

$$1) 4 \times 6 + 40 \div 8 = 24 + 5 = 29$$

$$2) -50 \div 10 + 3 \times 4 = -5 + 12 = 7$$

$$3) 6 + 2 \times 4 - 15 \div 5 = 6 + 8 - 3 = 14 - 3 = 11$$

4) إذا احتوت العملية الجبرية على أقواس: نجري العملية داخل الأقواس الصغيرة () أولاً، ثم الأقواس المتوسطة { } ، ثم الأقواس الكبيرة [] .

مثال:

$$4 \times (2+7) = 4 \times 9 = 36$$

$$\{ 24 \div (8-4) \} \div 6 = \{ 24 \div 4 \} \div 6 = 6 \div 6 = 1$$

$$[\{(5 \times 6) + (15 \div 5)\} + 2] \div 7 = [\{30 + 3\} + 2] \div 7 = [33 + 2] \div 7 = 35 \div 7 = 5$$

$$[-40 \div \{(12 \div 4) \times 10 + 10\} \div (5 \div (-5))] + 4 = [-40 \div \{3 \times 10 + 10\} \div (-1)] + 4$$

$$= [-40 \div \{30 + 10\} \div (-1)] + 4$$

$$= [-40 \div 40 \div (-1)] + 4$$

$$= [(-1) \div (-1)] + 4 = 1 + 4 = 5$$

الكسور

الكسر عبارة عن مقدار مكون من بسط ومقام ويكتب على صورة $\frac{x}{y}$ حيث $x, y \in \mathbb{Z}, y \neq 0$

$$\text{مثلاً } \frac{2}{5}, \frac{-3}{7}, \frac{10}{-4}, \frac{1}{3}$$

تكافؤ الكسور:

إيجاد الكسور المتكافئة:

(1) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نضرب بسطه ومقامه بأي عدد غير الصفر.

(2) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نقسم بسطه ومقامه على عدد يقبلان القسمة عليه غير الصفر.

أوجدني خمسة كسور متكافئة للأعداد التالية:

مثال:

$$\begin{aligned} 1) \frac{2}{7} &= \frac{2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{2 \times 4}{7 \times 4} = \frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{2 \times 6}{7 \times 6} = \dots \\ &= \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28} = \frac{10}{35} = \frac{12}{42} = \dots \end{aligned}$$

$$2) \frac{30}{60} = \frac{30 \div 2}{60 \div 2} = \frac{30 \div 3}{60 \div 3} = \frac{30 \div 5}{60 \div 5} = \frac{30 \div 6}{60 \div 6} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30}$$

$$= \frac{15}{30} = \frac{10}{20} = \frac{6}{12} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

تبسيط الكسور:

يمكن تبسيط الكسر لأبسط صورة وذلك بقسمة بسطه ومقامه على عدد بحيث بعد ذلك لا يوجد عدد غير الواحد يقسم بسطه ومقامه معاً

مثال:

(1) الكسر $\frac{1}{2}$ مكتوب بأبسط شكل لأنه لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 1 و 2 معاً.

(2) الكسر $\frac{4}{6}$ ليس مكتوباً بأبسط شكل لأن العدد 2 يقسم العدد 4 و العدد 6 أيضاً.

مقارنه الكسور:

- (1) إذا كان للكسرين نفس المقام نقارن البسطين فقط.
- (2) إذا كان للكسرين مقامين مختلفين نحولهما إلى كسرين لهما نفس المقام ثم نقارن البسطين.

مثال:

$$1) \frac{7}{5}, \frac{3}{5}$$

$$\frac{7}{5} > \frac{3}{5} \quad (\text{لأن } 7 > 3)$$

$$2) \frac{-3}{4}, \frac{2}{4}$$

$$\frac{-3}{4} < \frac{2}{4} \quad (\text{لأن } -3 < 2)$$

قارني الكسرين في كل مما يأتي:

$$3) \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$$

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 4} \quad \frac{3 \times 5}{4 \times 5}$$

$$\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$$

$$\therefore \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$$