الفترات العددية

هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وهي نوعان :

1) الفترات المحدودة:

وهي ثلاث أنواع :

أ. فترة مغلقة

ب. فترة مفتوحة

جـ. فترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة

أ) الفترة المغلقة:

هي الأعداد الحقيقية التي تبدأ من العدد a وتنتهي بالعدد b

$$[a,b]=\{x : a \le x \le b\}$$

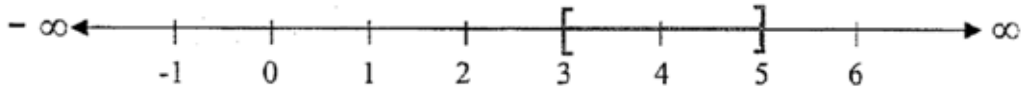
فترة ← $[a,b]$

مجموعة ← $\{x : a \le x \le b\}$

تمثيل الفترة على خط الأعداد

مثال اكتبي الفترة التالية بشكل مجموعة وارسميها على خط الأعداد:

$$[3,5]=\{x:\ 3\le x\le 5\}$$

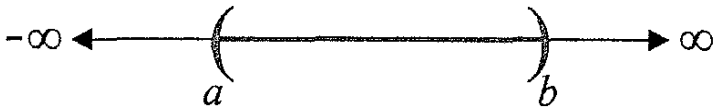


ب) الفترة المفتوحة: هي الأعداد الحقيقية المحصورة بين العدد a والعدد b

$$(a,b)=\{x:a<x<b\}$$

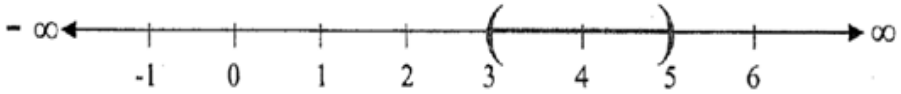
فترة مجموعة

تمثيل الفترة على خط الأعداد



مثال اكتبي الفترة التالية بشكل مجموعة وارسميها على خط الأعداد:

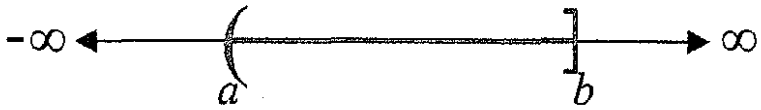
$$(3,5)=\{x:\ 3<x<5\}$$



ب) الفترة نصف مغلقة أو نصف المفتوحة:

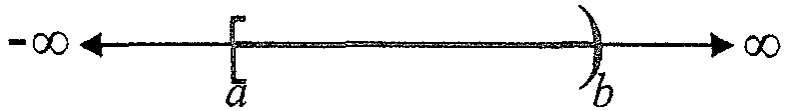
$$(a,b]=\{x:a<x\le b\}$$

تمثيل الفترة على خط الأعداد



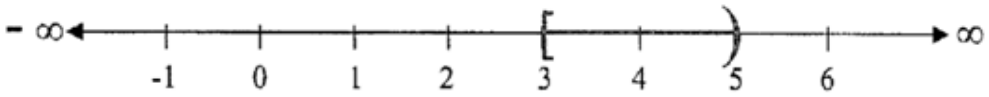
$$[a,b)=\{x:a\le x<b\}$$

تمثيل الفترة على خط الأعداد

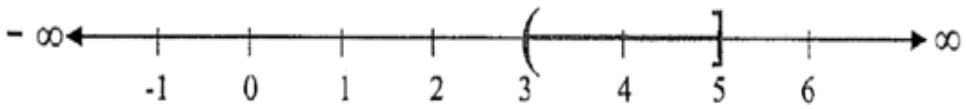


مثال اكتبي الفترات التالية بشكل مجموعات ثم ارسميها على خط الأعداد:

$$[3,5) = \{x: \ 3 \le x < 5\}$$



$$(3,5] = \{x: \ 3 < x \le 5\}$$



2) الفترات الغير محدودة:

وهي نوعان:

أ. فترة مفتوحة

ب. فترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة

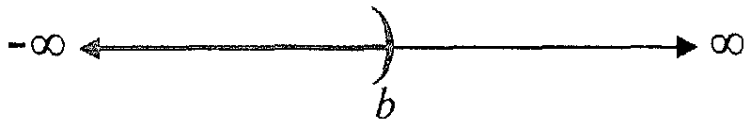
أ) الفترة المفتوحة:

$$(a,\infty) = \{x : x > a\}$$

تمثيل الفترة على خط الأعداد

$$(-\infty, b) = \{x : x < b\}$$

تمثيل الفترة على خط الأعداد



مثال: اكتبي الفترة التالية بشكل مجموعة :

$$(3, \infty) = \{x : \ x > 3\}$$

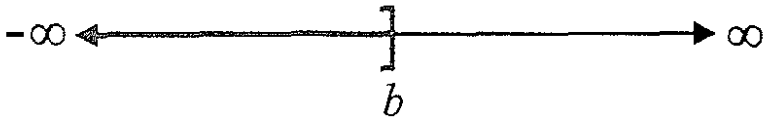
$$(-\infty, 5) = \{x : \ x < 5\}$$

ب) الفترة نصف مغلقة أو نصف المفتوحة:

$$[a, \infty) = \{x : x \geq a\}$$

تمثيل الفترة على خط الأعداد

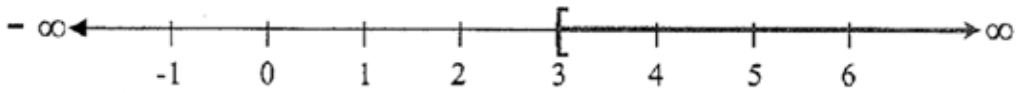
$$(-\infty, b] = \{x : x \le b\}$$



تمثيل الفترة على خط الأعداد

مثال: اكتبي الفترة التالية بشكل مجموعة :

$$[3, \infty) = \{x : \ x \ge 3\}$$



$$(-\infty, 5] = \{x : \ x \le 5\}$$

ملاحظة:

فترة جميع الأعداد الحقيقة $R = (-\infty, \infty)$ **وهي فترة مفتوحة.**

الإتحاد والتقاطع

لتكن A وَ B مجموعتين غير خاليتين

تقاطع المجموعتين A وَ B هو عبارة عن مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين، ويرمز له بالرمز $A \cap B$ ويعرف بـ $A \cap B = \{x : x \in A \text{ و } x \in B\}$.

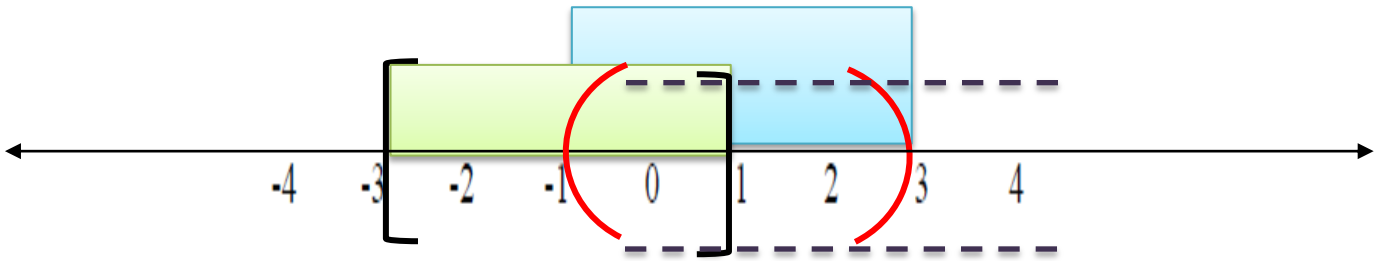
اتحاد المجموعتين A وَ B هو عبارة عن مجموعة جميع العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A أو المجموعة B أو لكليهما بدون تكرار، ويرمز له بالرمز $A \cup B$ ويعرف بـ $A \cup B = \{x : x \in A \text{ أو } x \in B\}$.

مثال:

عبر عن إتحاد الفترتين $[-3,1]$ وَ $(-1,3)$.

1) على خط الأعداد.
2) على صورة فترة.
3) على صورة مجموعة.

1) على خط الأعداد الحقيقية:



2) على صورة فترة: $(-1,3)\cup[-3,1]=[-3,3)$

3) على صورة مجموعة: $[-3,3)=\{x:-3\le x<3\}$

مثال:

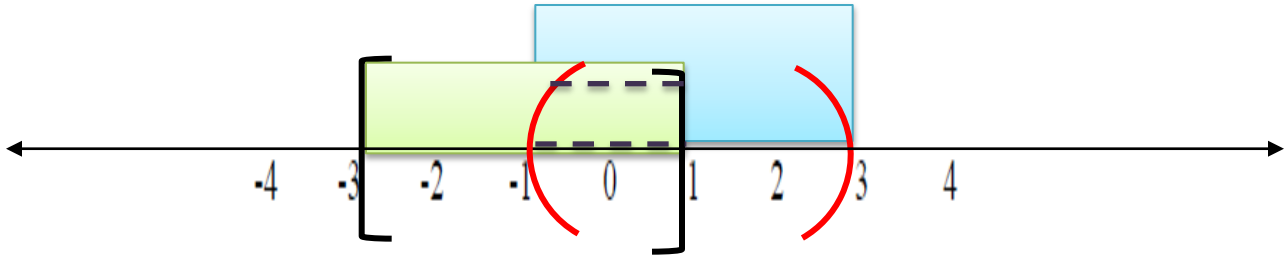
عبر عن تقاطع الفترتين $[-3,1]$ و $(-1,3)$.

1) على خط الأعداد.

2) على صورة فترة.

3) على صورة مجموعة.

1) على خط الأعداد الحقيقية:



2) على صورة فترة: $(-1,3)\cap[-3,1]=(-1,1]$

3) على صورة مجموعة: $(-1,1]=\{x:-1<x\le 1\}$

خصائص الأعداد الحقيقية

إذا كانت a,b,c أعداد حقيقية، فإن الأعداد الحقيقية تتمتع بالخواص التالية:

1) خاصية الإغلاق: $a+b\in R$, $ab\in R$. (جمع أو ضرب أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي)

2) خاصية الإبدال: $a+b=b+a$, $ab=ba$.

3) خاصية الدمج أو التجميع: $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$ (تحريك الأقواس)

4) خاصية وجود العنصر المحايد الجمعي: $0+a=a+0=a$.

5) خاصية وجود العنصر المحايد الضربي: $(1)(a)=(a)(1)=a$.

6) خاصية ضرب عدد في صفر: $(0)(a)=(a)(0)=0$.

7) خاصية المعكوس الجمعي: $a+(-a)=(-a)+a=0$.

8) خاصية المعكوس الضربي: إذا كان $a\neq 0$ ، فإنه يوجد عدد حقيقي مقلوب للعدد a يُسمى بالمعكوس الضربي للعدد a ويرمز له بالرمز $a^{-1}=\frac{1}{a}$ بحيث أن $(a)\left(\frac{1}{a}\right)=\left(\frac{1}{a}\right)(a)=1$

9) خاصية التوزيع: $a(b+c)=ab+ac$ (التوزيع من اليسار)

$(a+b)c=ac+bc$ (التوزيع من اليمين)

10) خاصية الشطب (الاختصار): $a+b=a+c\Leftrightarrow b=c$

$ab=ac\Leftrightarrow b=c$, $(\ a\neq 0\ )$

11) خاصية عوامل الصفر: $ab=0\Leftrightarrow a=0 \quad or \quad b=0$.

القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعدد حقيقي x هي المسافة الفاصلة بين x و العدد 0 على خط الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز $|x|$، وتعرف بـ

$$|x| = \begin{cases} x & ,x \geq 0 \\ -x & ,x < 0 \end{cases}$$

مثال

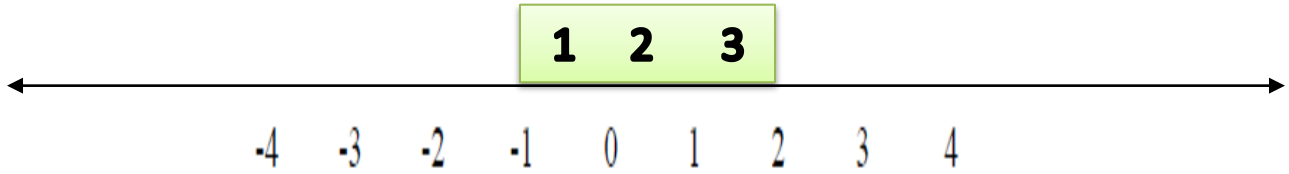
$$|4| = 4 \quad , \quad |0| = 0 \quad , \quad |-6| = 6$$

المسافة بين عددين على خط الأعداد

المسافة بين عددين x وَ y على خط الأعداد تقدر بالقيمة المطلقة للفرق بين x وَ y أي أن:

$$d(x,y)=|x-y|$$

مثال أوجد المسافة بين -1 , 2 . أو أوجدي d(-1,2)



إذن المسافة = 3 وحدات
أو

d(-1 , 2)=3

حل آخر:

$$d(-1,2)=|-1-2|=|-3|=3$$

$$d(x,y) = d(y,x)$$

ملاحظة:

$$|x-y| = |y-x|$$

خصائص القيمة المطلقة

ليكن x وَ y عددين حقيقيين فإن :

1) $|x| \geq 0$

2) $|-x| = |x|$

3) $|xy| = |x|\ |y|$

4) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$, $y \neq 0$

5) $|x+y| \leq |x| + |y|$